

IAG46-03-2013
DESARROLLO DE UN MODELO MEJORADO PARA LA PREDICCIÓN
DE MÓDULO DINÁMICO E* PARA MEZCLAS ASFÁLTICAS

Ing. Fabricio Leiva Villacorta, Ph.D., MBA
Investigador. Unidad de Materiales y Pavimentos
Laboratorio Nacional de Materiales y Modelos Estructurales, Universidad de Costa Rica,
Código Postal: 11501-2060, San Pedro de Montes de Oca, San José, Costa Rica
Teléfono: (506) 2511-2529 / Fax: (506) 2511-4440
E-mail: fabricio.leiva@ucr.ac.cr

Ing. José Pablo Aguiar Moya, Ph.D.
Coordinador. Unidad de Materiales y Pavimentos
Laboratorio Nacional de Materiales y Modelos Estructurales, Universidad de Costa Rica,
Código Postal: 11501-2060, San Pedro de Montes de Oca, San José, Costa Rica
Teléfono: (506) 2511-2529 / Fax: (506) 2511-4440
E-mail: jose.aguiar@ucr.ac.cr

Ing. Luis Guillermo Loría Salazar, Ph.D.
Coordinador. Programa de Infraestructura del Transporte
Laboratorio Nacional de Materiales y Modelos Estructurales, Universidad de Costa Rica, Código
Postal: 11501-2060, San Pedro de Montes de Oca, San José, Costa Rica
Teléfono: (506) 2511-2500 / Fax: (506) 2511-4440
E-mail: luis.loriasalazar@ucr.ac.cr

Resumen

El módulo dinámico E* de mezclas asfálticas puede ser estimado mediante el uso de propiedades volumétricas y físicas de los materiales constituyentes de la mezcla. El modelo más ampliamente utilizado es la ecuación de Witczak desarrollada en el proyecto NCHRP I-37A en 1999. Este modelo utilizó resultados de diferentes mezclas asfálticas de los Estados Unidos. Para el caso de países de América Latina se vuelve necesario calibrar estos modelos usando condiciones locales como propiedades de los materiales, tránsito y configuraciones de carga, y condiciones ambientales. Como consecuencia, el Laboratorio Nacional de Materiales y Modelos Estructurales de la Universidad de Costa Rica (LanammeUCR) ha realizado, previamente, una calibración local de este modelo basado en diferentes tipos de mezclas típicas de Costa Rica. Sin embargo, investigación adicional ha demostrado que todavía existe espacio para la mejora en la precisión del modelo calibrado (llamado Witczak-LANAMME). El objetivo de este estudio fue desarrollar un mejor modelo y más eficaz para el cálculo del módulo dinámico para las mezclas en Costa Rica por medio del uso de técnicas avanzadas como las Redes Neuronales (RN). Los resultados de este estudio indicaron que el nuevo modelo llamado RN-LANAMME es el más adecuado estadísticamente dado que presentó los mejores parámetros de calidad de regresión (S_e/S_y , R^2) en comparación con los parámetros para el modelo Witczak I-37A y el modelo Witczak-LANAMME.

Resumo

O módulo dinâmico $|E^*|$ das misturas asfálticas pode ser estimado usando as propriedades volumétricas e físicas dos materiais constituintes da mistura. O modelo mais largamente utilizado é a equação de Witczak, desenvolvida no projeto NCHRP 1-37A no 1999. Este modelo foi feito com os resultados de diferentes misturas asfálticas dos Estados Unidos. No caso da America Latina torna-se necessário calibrar esses modelos utilizando as condições locais como as propriedades dos materiais, tráfego e configuração de carga, e condições ambientais. Em consequência, o Laboratório Nacional de Materiais e Modelos Estruturais da Universidade da Costa Rica (LanammeUCR) fez uma calibração local deste modelo baseado nos diferentes tipos de misturas típicas da Costa Rica. No entanto, uma investigação mais aprofundada mostrou que ainda há espaço para melhorias na precisão do modelo calibrado (chamado Witczak-LANAMME). O objetivo deste estudo foi desenvolver um modelo melhor e mais eficaz para o cálculo do módulo dinâmico para as misturas asfálticas na Costa Rica por meio do uso de técnicas avançadas como as Redes Neurais Artificiais (ANN em Inglês). Os resultados do estudo indicaram que o novo modelo chamado ANN-LANAMME é mais adequado estatisticamente, isto porque apresentou uma melhor qualidade de parâmetros na regressão (Se/Sy , R^2) em comparação com os parâmetros para o modelo Witczak I-37A e o modelo Witczak-LANAMME.

INTRODUCCIÓN

Una de las propiedades más importantes que influyen en la respuesta estructural de pavimentos flexibles es el módulo dinámico E^* . El uso de valores E^* como propiedad fundamental para la predicción de desempeño del pavimento se ve claramente reflejado en la guía de pavimentos mecánica empírica de los Estados Unidos o MEPDG por sus siglas en inglés. En esta guía, los valores de E^* pueden ser ingresados directamente de valores medidos en el laboratorio, o por otro lado estos valores pueden ser estimados a partir de modelos calibrados como alternativas a los ensayos de laboratorio (ARA, 2004).

El modelo más utilizado para predecir valores E^* se muestra en la Ecuación 1, la cual es conocida como ecuación Witczak I-37A desarrollada en el año 1999 (ARA, 2004). Este modelo fue creado a partir de datos obtenidos de mezclas asfálticas con materiales propios de ciertas regiones, lo cual es una limitante a la hora de ser aplicado fuera de las fronteras en las cuales el modelo fue desarrollado.

La ecuación de Witczak presenta la posibilidad para predecir el módulo dinámico de mezclas asfálticas en un rango de temperaturas (-17,7 a 54,4 °C), frecuencia de cargas (0,1 a 25 Hz) y condiciones de envejecimiento con información disponible de las especificaciones de los materiales o diseño volumétrico de la mezcla.

$$\log E^* = 3,750063 + 0,02932\rho_{200} - 0,001767(\rho_{200})^2 - 0,002841\rho_4 - 0,058097V_a - 0,802208\left(\frac{V_{beff}}{V_{beff} + V_a}\right) + \frac{3,871977 - 0,0021\rho_4 + 0,003958\rho_{38} - 0,000017(\rho_{38})^2 + 0,005470\rho_{34}}{1 + e^{(-0,603313 - 0,31335\log(f) - 0,393532\log(\eta))}} \quad (1)$$

Donde:

E^* = módulo dinámico, psi.

η = viscosidad del asfalto al envejecimiento y temperatura de interés, 10^6 Poise.

f = frecuencia de carga, Hz.

V_a = Contenido de vacíos de aire, %.

V_{beff} = Contenido de asfalto efectivo, % por volumen.

ρ_{34} = Porcentaje retenido acumulado en la malla de 19 mm (3/4 pulg).

ρ_{38} = Porcentaje retenido acumulado en la malla de 9,53 mm (3/8 pulg).

ρ_4 = Porcentaje retenido acumulado en la malla No 4.

ρ_{200} = Porcentaje pasando en la malla No 200.

Diferentes centros de investigación y agencias de transportes han comparado los resultados obtenidos del modelo I-37A con resultados propios de laboratorio. Por ejemplo un estudio desarrollado por la Universidad de Minnesota indicó que módulos dinámicos obtenidos con la ecuación I-37A fueron estadísticamente similares a los valores de laboratorio para temperaturas intermedias y bajas (*Clyne et al., 2003*). Otro estudio desarrollado por la Universidad de Florida en el 2005 indicó que los valores estimados presentaban una leve desviación con respecto a los valores de laboratorio lo cual llevo al uso de factores de calibración del modelo (*Birgisson et al. 2005*). De igual forma estudios realizados por Singh et al. en el año 2011 y El-Badawy et al. en el 2012 han introducido factores de calibración para mejorar la precisión del modelo.

Como alternativa a la introducción de factores de calibración, varios científicos han desarrollado modelos propios que permitan obtener todavía menores resultados con respecto al modelo calibrado de Witczak. Estudios realizados por Far et al. (2009), Ceylan et al. (2009) y Singh et al., (2012) han mostrado el uso de redes neurales como alternativa mas eficiente para la estimación de valores E^* .

Finalmente, la aplicación del modelo Witczak para condiciones locales con mezclas en Costa Rica requirió de una calibración del mismo (ecuación 2) en el año 2011 (*Loria et al., 2011*). Investigación adicional ha demostrado que todavía existe espacio para la mejora en la precisión del modelo calibrado llamado Witczak-LANAMME. Por lo tanto se desarrollo este estudio con la idea de implementar un modelo más robusto con mayor precisión para estimar el modulo dinámico de mezclas asfálticas en Costa Rica.

$$\log E^* = 5,535833 + 0,002087\rho_{200} - 0,000566(\rho_{200})^2 - 0,002590\rho_4 - 0,078763V_a - 1,865947\left(\frac{V_{beff}}{V_{beff} + V_a}\right) + \frac{2,399557 + 0,000820\rho_4 - 0,013420\rho_{38} + 0,000261(\rho_{38})^2 + 0,005470\rho_{34}}{1 + e^{(0,052941 - 0,498163\log(f) - 0,691856\log(\eta))}} \quad (2)$$

OBJETIVO

El objetivo de este estudio fue el desarrollar un modelo mejorado y más efectivo para la estimación del módulo dinámico para mezclas asfálticas en Costa Rica por medio del uso de redes neurales.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Caracterización de la materia prima

En esta etapa de la investigación se procedió a realizar los diseños de mezcla para el asfalto AC-30 estudiado (ver Tabla 1) y para cada una de las granulometrías seleccionadas de una única fuente de agregado que constituye unas de las principales fuentes de agregados empleadas para pavimentos asfálticos en Costa Rica (ver Tabla 2 y 3). El diseño de mezcla se ejecutó utilizando la metodología SUPERPAVE (ver Tabla 4), buscando un contenido de vacíos de diseño de 4.0%. Lo anterior se hizo con la finalidad de comparar las diferencias en los parámetros volumétricos en el uso de diferentes metodologías. Sin embargo, para los análisis posteriores de los módulos de la mezcla se utilizaron únicamente los resultados volumétricos del diseño SUPERPAVE. Cabe destacar que en el caso de la granulometría G5 (Tabla 4) no fue posible lograr un diseño adecuado al 4.0% de vacíos de diseño.

TABLA 1: Propiedades del asfalto

Estado	Propiedad	Unidad	Resultado
Original	Densidad a 25°C	g/cm ³	1.030
	Viscosidad absoluta a 60°C	Poise	3330
	Viscosidad cinemática a 125°C	centiPoise	961
	Viscosidad cinemática a 135°C	centiPoise	565
	Viscosidad cinemática a 145°C	centiPoise	347
RTFO	Viscosidad absoluta a 60°C	Poise	11512
	Viscosidad cinemática a 125°C	centiPoise	1712
	Viscosidad cinemática a 135°C	centiPoise	938
	Viscosidad cinemática a 145°C	centiPoise	550

TABLA 2: Propiedades del agregado estudiado

Propiedad	Ensayo	Valor	Unidad	Especificación
Agregado grueso				
L.A. Abrasión	AASHTO T 96	21.21	%	37% max. ¹
Gravedad Específica	AASHTO T 85	2.652		2.85 max. ¹
Absorción	AASHTO T 85	1.69	%	4% max. ¹
Caras Fracturadas 1 cara 2 o más	ASTM D 5821	100	%	90% min. ²
		99.8	%	75% min. ²
Agregado fino				
Índice de Plasticidad	AASHTO T 90	NP		10% max. ¹
Equivalente de arena	AASHTO T 176	78		-
Angularidad	AASHTO TP 304	37.2	%	-
Gravedad Específica	AASHTO T 84	2.549		2.85% max. ¹
Absorción	AASHTO T 84	3.283	%	-

¹ Nevada DOT Standard Specifications for Road and Bridge Construction, 2001.

² Standard Specifications for Constructions of Roads and Bridges on Federal Highways Projects, FP-03

TABLA 3: Granulometrías usadas en el estudio

ASTM Malla	Malla (mm)	Granulometrías									
		G1	G2	G3	G4	G5	G6	G7	G8	G9	G10
3/4	19.0	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
1/2	12.5	95	100	90	95	95	98	90	100	90	95
3/8	9.5	88	95	78	90	90	92	65	81	45	79
Nº4	4.75	37	62	40	45	70	67	45	32	28	48
Nº8	2.36	28	33	32	37	50	47	42	27	23	32
Nº16	1.18	20	23	20	29	27	32	37	22	22	22
Nº30	0.60	13	16	14	22	15	23	30	18	19	16
Nº50	0.30	9	12	9	14	8	17	20	14	16	12
Nº100	0.15	7	9	7	9	6	12	12	10	13	8
Nº200	0.075	5	7	6	6	5	8	5	8	10	5

(*) Microaglomerados.

TABLA 4: Resumen de propiedades volumétricas

Granulometría	Va	Pb (PTA)	Pb (PTM)	Pbe	VMA	VFA
G1	4.0%	7.20	6.80	5.69	17.32	77.66
G2	4.0%	7.40	6.90	6.06	17.44	76.12
G3	4.0%	6.40	6.00	5.25	15.68	73.40
G4	4.0%	5.50	5.30	4.31	12.14	73.20
G5	8.0%	7.50	7.00	6.00	20.90	61.60
G6	4.0%	5.50	5.20	4.35	14.10	72.10
G7	4.0%	5.00	4.80	3.32	12.32	63.20
G8	4.0%	5.60	5.30	4.29	14.06	78.68
G9	4.0%	4.90	4.70	3.74	12.44	68.86
G10	4.0%	6.00	5.70	4.76	15.00	73.00

Determinación de módulos dinámicos

Una vez que se obtuvo los resultados de los diseños de mezcla, se procedió a fabricar los especímenes por cada granulometría de acuerdo con la norma ASTM D 3496 y luego se realizan los ensayos según la norma ASTM D3497. Según lo establece el procedimiento de ensayo, los especímenes deben ser compactados en un compactador giratorio SGC. Con la finalidad de evaluar el efecto que podrían obtenerse por variaciones en el contenido de vacíos de compactación, se procedió a evaluar especímenes con 3 distintas energías de compactación, a saber:

- 30 giros de compactación
- 80 giros compactación, y
- tercer punto obtenido al compactar el espécimen para obtener 7.0% vacíos de compactación.

Finalmente, se determinó el módulo dinámico para 5 temperaturas de ensayo (-5, 5, 20, 40 y 55 °C, aproximadamente) y 6 frecuencias de carga (0.1, 0.5, 1, 5, 10 y 25 Hz). Con los resultados obtenidos de los ensayos de módulo dinámico es posible generar las curvas maestras para el módulo dinámico. En este estudio, las curvas maestras fueron construidas con el ajuste a la función sigmoïdal (Ecuación 3). La Tabla 5 muestra los parámetros de regresión de las 10 diferentes curvas maestras.

$$\text{Log}|E^*| = \delta + \frac{\alpha}{1 + e^{\beta + \gamma(\log t_r)}} \quad (3)$$

Donde,

E^* = módulo dinámico.

t_r = tiempo de carga a la temperatura de referencia.

δ = valor mínimo de E^*

α, β, γ = parámetros de regresión

TABLA 5: Parámetros de regresión

Granulometría	Parámetro			
	δ	α	β	γ
G1	1.8155	2.3618	-0.5631	0.4766
G2	1.8647	2.4533	-0.3800	0.5018
G3	1.8542	2.3952	-0.3458	0.4784
G4	1.8013	2.5136	-0.7055	0.4589
G5	2.1775	1.8860	-0.1475	0.5982
G6	1.7743	2.7039	-0.5207	0.4182
G7	2.1687	2.3301	-0.5388	0.4960
G8	2.0420	2.0748	-0.6264	0.5309
G9	2.0682	2.3802	-0.6617	0.5529
G10	1.5471	2.7260	-0.7342	0.4276

Calidad de los resultados estimados con los datos de laboratorio

El modelo de Witczak fue utilizado para predecir valores de E^* a partir de propiedades de los materiales constituyentes de las mezclas asfálticas evaluadas. Al comparar resultados de la ecuación contra resultados de laboratorio se determinó que el modelo Witczak sobre-predice los valores reales de laboratorio, tal como se observa en la Figura 1. Esta sobre-predicción del módulo dinámico se observó especialmente para condiciones de alta frecuencia de carga y bajas temperaturas.

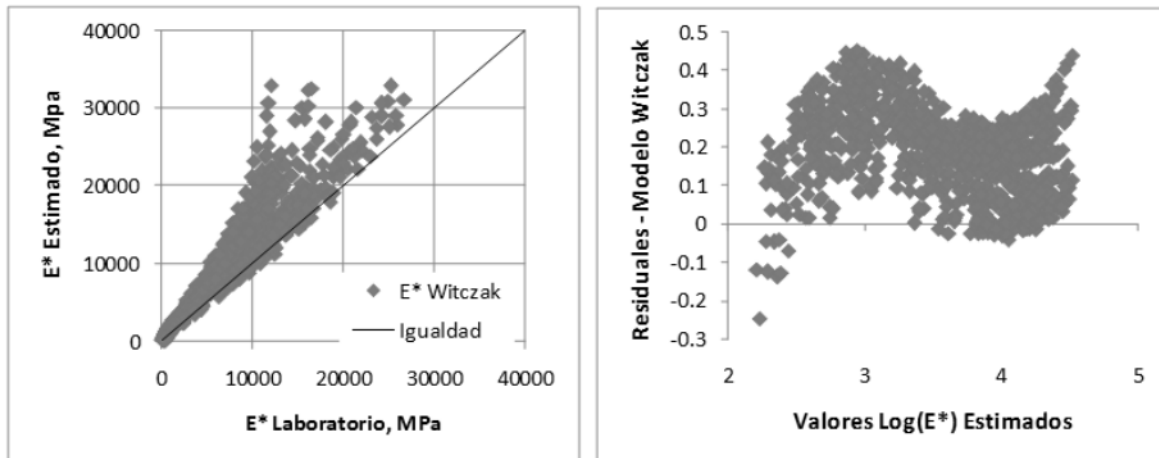


Figura 1: Evaluación del modelo Witczak con mezclas de Costa Rica

Adicional a esta comparación, se realizó un análisis de los residuales obtenidos de la aplicación de este modelo. El análisis de los residuos es básico para chequear si se verifican las hipótesis del modelo de regresión. En este caso se observó que el modelo incumple la hipótesis de varianza constante ya que los valores residuales no siguen un patrón constante como se observa en la Figura 1. El patrón curvilíneo observado también indica que términos de mayor orden deben ser incluidos en el modelo.

Desarrollo de modelo con redes neurales

Las redes neurales o neuronales son modelos de aprendizaje y procesamiento automático inspirado en la forma en que funciona el sistema nervioso de los animales. El aprendizaje en este tipo de modelos es adquirido a través de entrenamiento. Una red neuronal típica se puede caracterizar por la función de base o de combinación y la función de activación o transformación de la función base. Para este estudio la función de activación se muestra en la Ecuación 3, mientras que la Ecuación 4 funcionó como la función base. La Figura 2 muestra el proceso de entrenamiento de la red neuronal que es del tipo aprendizaje hacia adelante con retro-propagación del error utilizado para desarrollar el modelo llamado E* RN-Lanamme.

$$f(T) = \frac{2}{1+e^{-2T}} - 1 \quad (3)$$

$$H_k^1 = B_k^1 + \sum_{i=1}^m W_{ik} P_i \quad (4)$$

$$Salida = Ln(E^*) = f(B_0 + \sum_{j=1}^m H_k^1 W_k) \quad (5)$$

Donde;

P_i = variables de entrada ($\rho 200$, $\rho 4$, $\rho 38$, V_a , V_{beff} , $\log \log(\eta)$, temperatura y frecuencia),

T = variable transferida,

H_k^1 = valores transferidos de los nodos en la capa oculta,

W_{ik} = pesos de interconexión de la capa oculta,

W_k = pesos de interconexión de la capa de salida,

B_k^1 = factores de sesgo de la primera capa,

B_0 = factores de sesgo de la última capa,

m = número de nodos en la capa oculta

$Ln(E^*)$ = Logaritmo natural de E^* .

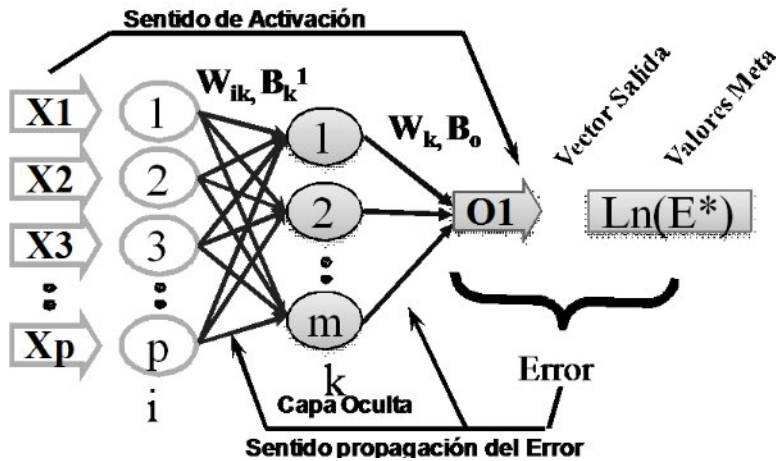


Figura 2: Esquema de aplicación de redes neurales

Factores de peso y sesgo del modelo E* RN-Lanamme

Las siguientes matrices muestran los factores de peso y sesgo obtenidos para el modelo desarrollado en este estudio. Por ejemplo, si estos factores son utilizados en las ecuaciones 3 a 5 con los valores de entrada $p_{200} = 5$, $p_4 = 63$, $p_{38} = 12$, $V_a = 7.41$, $V_{beff} = 5.69$, $\log\log(\eta) = 3.7859$, temperatura = -3.4 7 frecuencia = 25, el valor obtenido es $\ln(E^*) = 9.31415$ o $E^* = 11,402$ MPa.

$$B_k^1 = [2.3134 \quad 4.0247 \quad 2.1380 \quad -11.9793 \quad 0.3330 \quad -6.3721 \quad -5.0298 \quad -0.2873 \quad -10.6756 \quad 10.3805]$$

$$W_{ik} = \begin{bmatrix} -4.2794 & 23.2425 & -4.0547 & -12.9996 & 0.0060 & 8.4144 & -3.4470 & -0.0002 & 0.0118 & 13.7398 \\ -10.8394 & -2.4254 & -5.4623 & 4.0784 & -0.0272 & -2.1539 & -7.4460 & 0.0250 & 0.0073 & -17.2411 \\ 7.5808 & 5.2567 & 7.6583 & -22.1995 & 0.1250 & -2.7495 & 0.8265 & -0.1192 & -0.0303 & -5.5932 \\ -15.3861 & 26.5062 & -1.7360 & 3.2115 & 0.1505 & 0.9341 & -18.8182 & -0.1521 & -0.0390 & -3.5607 \\ 2.3739 & -5.2556 & 8.2966 & -4.0598 & 0.1879 & 3.7634 & 3.6738 & -0.1812 & -0.0185 & 5.0671 \\ -0.3161 & -6.6774 & -4.7862 & 0.2819 & 0.4871 & 1.6285 & -0.4955 & -0.4942 & -1.8913 & 4.2234 \\ -0.1810 & -14.1131 & -8.9340 & 2.1166 & 1.3467 & 2.3166 & -0.5999 & -1.3313 & -1.8068 & 2.0520 \\ 0.0159 & 0.6328 & 0.4785 & -0.1558 & -0.3746 & -0.1602 & 0.0106 & 0.3321 & -8.0241 & 0.1222 \end{bmatrix}$$

$$W_k^{transp} = \begin{bmatrix} 0.2402 & 0.0377 & 0.0410 & 0.0722 & 6.6041 & -0.0695 & -0.2727 & 7.6429 & -13.6531 & 0.0456 \end{bmatrix}$$

$$B_0 = -13.6918$$

Al comparar resultados del modelo RN contra resultados de laboratorio se observó una mejora significativa en la estimación de valores E^* (ver Figura3) comparado con el modelo Witczak que tiende a sobre-estimar los valores reales de laboratorio. El análisis de los residuales obtenidos de la aplicación de este modelo indicó que en este caso si se cumple la hipótesis de varianza constante ya que los valores residuales siguen un patrón constante como se observa en la Figura 3. El grado de precisión del modelo también fue analizado mediante el uso de criterios de calidad de regresión. La Tabla 6 muestra la comparación de parámetros de regresión para la aplicación de la ecuación de Witczak, la ecuación calibrada en el 2011 (*Loria et al., 2011*) y el modelo con redes neurales. Estos parámetros fueron calculados para los valores estimados en el medio aritmético en lugar del medio logarítmico para poder utilizar los criterios de calidad. Se determinó que a pesar del aumento significativo en la calidad de regresión del el segundo modelo con respecto al primero (59% aumento en R^2 y 29% reducción en Se/Sy), el modelo más adecuado para predecir el módulo dinámico de las mezclas asfálticas en Costa Rica es el tercer modelo con los valores más altos de R^2 (mayor variabilidad explicada) y más bajos de Se/Sy (menor error en la estimación) lo cual produjo un 69% aumento en R^2 y un 77% reducción en Se/Sy con respecto al primer modelo.

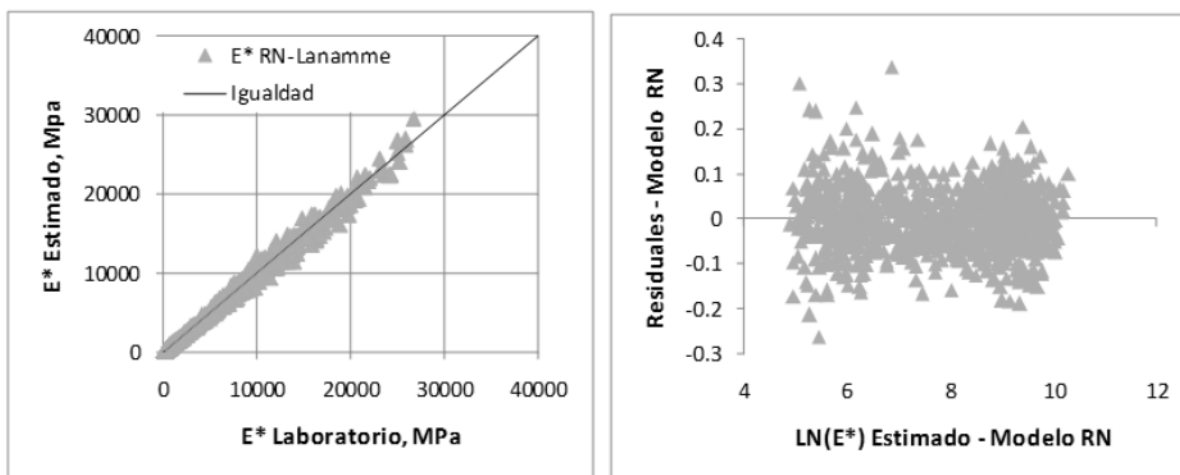


Figura 3: Evaluación del modelo RN con mezclas de Costa Rica

TABLA 6: Parámetros de calidad de la regresión

Parámetros				Criterio de calidad (Witczak et al. 2002)		
Modelo	R ²	R ² adj.	Se/Sy aritmético	Criterio	R ²	Se/Sy
Witczak	0.592	0.589	0.372	Excelente	> 0.90	< 0.35
Witczak-Lanamme	0.935	0.934	0.262	Muy Bueno	0.70 - .089	0.36 - 0.55
RN-Lanamme	0.993	0.992	0.086	Bueno	0.40 - 0.69	0.56 - 0.75
				Pobre	0.20 - 0.39	0.76 - 0.90

CONCLUSIONES

Se ha demostrado nuevamente que el uso de modelos y ecuaciones formuladas con cantidades limitadas de datos y con propiedades características de la región donde fueron desarrollados presentan un factor limitante para su aplicación globalizada. Para lidiar con estas limitaciones se han presentado dos alternativas; la primera, la calibración del modelo existente utilizando la misma metodología de regresión que no necesariamente fue la más apropiada para el modelo original o la segunda, el desarrollo de un modelo nuevo que incluya los materiales y condiciones propias de la región donde se pretende utilizar dicho modelo.

Los resultados de este estudio indicaron que el nuevo modelo llamado RN-LANAMME es el más adecuado estadísticamente dado que presentó los mejores parámetros de calidad de regresión (Se/Sy , R^2) en comparación con los parámetros para el modelo Witczak I-37A y el modelo Witczak-LANAMME.

La aplicación de metodologías de regresión basadas en redes neurales presenta una ventaja significativa sobre los métodos clásicos de regresión multi-variable. No obstante, el uso que se le da cualquier modelo sin importar la metodología de regresión empleada está limitada por la cantidad y calidad de datos utilizados para su desarrollo. Por lo tanto se recomienda incrementar la base de datos de módulo dinámico con mezclas asfálticas nuevas y se recomienda el re-entrenamiento del modelo E* RN-Lanamme cuando se cuente con nuevos resultados.

REFERENCIAS

- ARA, Inc., ERES Consultants Division. Guide for Mechanistic–Empirical Design of New and Rehabilitated Pavement Structures. Final report, NCHRP Project 1-37A. Transportation Research Board of the National Academies, Washington, D.C., 2004. <http://www.trb.org/mepdg/guide>.
- American Society of Testing and Materials (ASTM) Designation D 3497, “Standard Test Method for Dynamic Modulus of Asphalt Mixtures”, 2003.
- American Society of Testing and Materials (ASTM) Designation D 3496, “Standard Practice for Preparation of Bituminous Mixture Specimens for Dynamic Modulus Testing”, 2005.
- Birgisson, B., Sholar, G., and Roque, R., “Evaluation of Predicted Dynamic Modulus for Florida Mixtures.” 84th Annual Meeting of the Transportation Research Board, Paper No. 05-1309, Washington D.C, 2005.
- Ceylan, H., Schwartz C. W.; Kim S., and Gopalakrishnan K., “Accuracy of Predictive Models for Dynamic Modulus of Hot-Mix Asphalt”. Journal of Materials in Civil Engineering, Vol. 21, No. 6, June 1, 2009.
- Clyne, T.R., Li, X., Marasteanu, M.O., and Skok, E.L., “Dynamic and Resilient Modulus of Mn/DOT Asphalt Mixtures.” Final Report MN/RC – 2003-09. University of Minnesota, Minneapolis, MN, 2003.
- El-Badawy S., Bayomy F., Awed A., Performance of MEPDG Dynamic Modulus Predictive Models for Asphalt Concrete Mixtures – Local Calibration for Idaho. Journal of Materials in Civil Engineering, ASCE, 2012.
- Far M. S. S., Underwood B. S., Ranjithan S. R., Kim Y. R. and Jackson N., “Application of Artificial Neural Networks for Estimating Dynamic Modulus of Asphalt Concrete”. Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board, No. 2127, Transportation Research Board of the National Academies, Washington, D.C., 2009, pp. 173–186.
- Loria, F., Aguiar, J.P., Elizondo, F., Badilla, G., and Jimenez, M. “Experiences in the characterization of materials used in the calibration of the AASHTO Mechanistic-Empirical Pavement Design Guide (MEPDG) for Flexible Pavement for Costa Rica.” 90th Annual Meeting of the Transportation Research Board, Paper No. 11-3359, Washington D.C, 2011.
- Singh D. V., Zaman M., and Commuri S., Artificial Neural Network Modeling for Dynamic Modulus of Hot Mix Asphalt Using Aggregate Shape Properties. Journal of Materials in Civil Engineering, ASCE, 2012.